**洪家中学2020高一十月月考数学试卷**

**一．选择题**

1.已知集合U={1，2，3，4，5，6，7}，A={2，3，4，5}，B={2，3，6，7}，则B∩∁U A=（　　）

A．{1，6} B．{1，7} C．{6，7} D．{1，6，7}

2.命题“存在实数x，使x＞1”的否定是（　　）

A．对任意实数x，都有x＞1 B．不存在实数x，使x≤1

C．对任意实数x，都有x≤1 D．存在实数x，使x≤1

3.已知集合A={x|x＞a}，B={x|1＜x＜2}，且A∪（∁RB）=R，则实数a的取值范围是（　　）

A．{a|a≤1} B．{a|a＜1} C．{a|a≥2} D．{a|a＞2}

4.下列各曲线中，不能表示y是x的函数的是（　　）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A．IMG_256 | B．IMG_257 | C．IMG_258 | D．IMG_259 |

5.若f（x）的定义域为[1，2]，则f（x+2）的定义域为（　　）

A．[0，1] B．[2，3] C．[-1，0] D．无法确定

6．*a*＜0是方程*ax*2+2*x*+1＝0至少有一个负数根的（　　）

A．必要不充分条件 B．充分不必要条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

7．中国南宋大数学家秦九韶提出了“三斜求积术”，即已知三角形三边长求三角形面积的公式：设三角形的三条边长分别为*a*，*b*，*c*，则三角形的面积*S*可由公式*S*＝求得，其中*p*为三角形周长的一半，这个公式也被称为海伦一秦九韶公式，现有一个三角形的边长满足*a*＝6，*b*+*c*＝8，则此三角形面积的最大值为（　　）

A．3 B．8 C．4 D．9

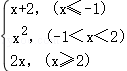
8．设集合*M*＝{1，2，3，4，5，6}，*S*1、*S*2、…、*Sk*都是*M*的含两个元素的子集，且满足：对任意的*Si*＝{*ai*，*bi*}，*Sj*＝{*aj*，*bj*}（*i*≠*j*，*i*、*j*∈{1，2，3，…，*k*}），都有*min*≠*min*（*min*{*x*，*y*}表示两个数*x*、*y*中的较小者）．则*k*的最大值是（　　）

A．10 B．11 C．12 D．13

**二．多选题（共4小题）**

9．设*A*＝{*x*|*x*2﹣8*x*+15＝0}，*B*＝{*x*|*ax*﹣1＝0}，若*A*∩*B*＝*B*，则实数*a*的值可以为（　　）

A． B．0 C．3 D．

10．已知*f*（*x*）＝，若*f*（*x*）＝1，则*x*的值是（　　）

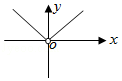
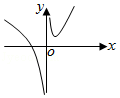
A．﹣1 B． C．﹣ D．1

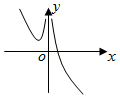
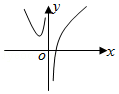
11．若非零实数*a*，*b*满足*a*＜*b*，则下列不等式不一定成立的是（　　）

A．＜1 B．+≥2

C． D．*a*2+*a*＜*b*2+*b*

12．函数*f*（*x*）＝|*x*|﹣（*a*∈**R**）的大致图象可能是（　　）

A． B．

C． D．

**三．填空题（共2小题）**

13. 函数 的值域是

14．已知*a*，*b*，*a*+*m*均为大于0的实数，给出下列五个论断：

①*a*＞*b*，②*a*＜*b*，③*m*＞0，④*m*＜0，⑤．

以其中的两个论断为条件，余下的论断中选择一个为结论，请你写出一个正确的命题　 　．

15. 某校100名学生在一次语、数、外三科竞赛中，参加语文竞赛的有39人，参加数学竞赛的有49人，参加外语竞赛的有41人，既参加语文又参加数学竞赛的有14人，既参加数学又参加外语竞赛的有13人，既参加语文又参加外语竞赛的有9人，有1人这三项竞赛都不参加．则三项都参加的共有 人

16．已知函数*f*（*x*）＝，当*a*＝1时，不等式*f*（*x*）＞*x*的解集是　 　；若关于*x*的方程*f*（*x*）＝0恰有三个实根，则实数*a*的取值范围为　 　．

**四．解答题（共5小题）**

17．已知全集*U*＝*R*，集合*A*＝{*x*|*x*2﹣4*x*﹣5≤0}，*B*＝{*x*|2≤*x*≤4}．

（1）求*A*∩（∁U*B*）；

（2）若集合*C*＝{*x*|*a*≤*x*≤4*a*，*a*＞0}，满足*C*∪*A*＝*A*，*C*∩*B*＝*B*，求实数*a*的取值范围．

18．已知不等式*ax*2+5*x*﹣2＞0的解集是*M*．

（1）若2∈*M*，求*a*的取值范围；

（2）若*M*＝{*x*|＜*x*＜2}，求不等式*ax*2﹣5*x*+*a*2﹣1＞0的解集．

19．已知函数f（x）=（a∈R+）

（1）若f（1）=，f（2）=，试确定f（x）的解析式。

（2）在（1）的条件下，判断f（x）在（-1，1）上的单调性，并用定义证明。

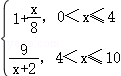
（3）若b=1，记g（a）为f（x）在[1,2]上的最大值，求g（a）的解析式。

20．已知函数*f*（*x*）＝﹣*x*2+*mx*﹣*m*．

（1）若函数*f*（*x*）的最大值为0，求实数*m*的值；

（2）若函数*f*（*x*）在[﹣1，0]上单调递减，求实数*m*的取值范围；

（3）是否存在实数*m*，使得*f*（*x*）在[2，3]上的值域恰好是[2，3]？若存在，求出实数*m*的值；若不存在，说明理由．

21．某地空气中出现污染，须喷洒一定量的去污剂进行处理．据测算，每喷洒1个单位的去污剂，空气中释放的浓度*y*（单位：毫克/立方米）随着时间*x*（单位：天）变化的函数关系式近似为*y*＝，若多次喷洒，则某一时刻空气中的去污剂浓度为每次投放的去污剂在相应时刻所释放的浓度之和．由实验知，当空气中去污剂的浓度不低于4（毫克/立方米）时，它才能起到去污作用．

（Ⅰ）若一次喷洒4个单位的去污剂，则去污时间可达几天？

（Ⅱ）若第一次喷洒2个单位的去污剂，6天后再喷洒*a*（1≤*a*≤4）个单位的去污剂，要使接下来的4天中能够持续有效去污，试求*a*的最小值．

22．已知函数*f*（*x*）＝*x*2﹣*ax*，*a*∈**R**．

（Ⅰ）记*f*（*x*）在*x*∈[1，2]上的最大值为*M*，最小值为*m*．

（*i*）若*M*＝*f*（2），求*a*的取值范围；

（*ii*）证明：*M*﹣*m*≥；

（Ⅱ）若﹣2≤*f*（*f*（*x*））≤2在[1，2]上恒成立，求*a*的最大值．

**洪家中学2020高一十月月考数学试卷参考答案**

**一．选择题（共3小题）**

1．*a*＜0是方程*ax*2+2*x*+1＝0至少有一个负数根的（　　）

A．必要不充分条件 B．充分不必要条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【分析】先求△＞0时*a*的范围，结合韦达定理，以及特殊值*a*＝1来判定即可．

【解答】解：方程*ax*2+2*x*+1＝0有根，则△＝22﹣4*a*≥0，得*a*≤1时方程有根，

当*a*＜0时，*x*1*x*2＝＜0，方程有负根，又*a*＝1时，方程根为*x*＝﹣1，

显然*a*＜0⇒方程*ax*2+2*x*+1＝0至少有一个负数根；

方程*ax*2+2*x*+1＝0至少有一个负数根，不一定*a*＜0．

*a*＜0是方程*ax*2+2*x*+1＝0至少有一个负数根的充分不必要条件．

故选：*B*．

【点评】本题考查一元二次方程的根的分布于系数的关系，充要条件的判定，是中档题．

2．中国南宋大数学家秦九韶提出了“三斜求积术”，即已知三角形三边长求三角形面积的公式：设三角形的三条边长分别为*a*，*b*，*c*，则三角形的面积*S*可由公式*S*＝求得，其中*p*为三角形周长的一半，这个公式也被称为海伦一秦九韶公式，现有一个三角形的边长满足*a*＝6，*b*+*c*＝8，则此三角形面积的最大值为（　　）

A．3 B．8 C．4 D．9

【分析】*a*＝6，*b*+*c*＝8．可得*p*＝＝7．代入*S*2＝*p*（*p*﹣*a*）（*p*﹣*b*）（*p*﹣*c*），利用基本不等式的性质即可得出．

【解答】解：∵*a*＝6，*b*+*c*＝8．

*p*＝＝＝7．

∴*S*2＝7×（7﹣6）×（7﹣*b*）（7﹣*c*）＝7[*bc*﹣7（*b*+*c*）+49]＝7（*bc*﹣7）≤＝7×9，当且仅当*b*＝*c*＝4时取等号．

∴*S*≤3．

故选：*A*．

【点评】本题考查了秦九韶与海伦公式计算三角形面积公式、基本不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

3．设集合*M*＝{1，2，3，4，5，6}，*S*1、*S*2、…、*Sk*都是*M*的含两个元素的子集，且满足：对任意的*Si*＝{*ai*，*bi*}，*Sj*＝{*aj*，*bj*}（*i*≠*j*，*i*、*j*∈{1，2，3，…，*k*}），都有*min*≠*min*（*min*{*x*，*y*}表示两个数*x*、*y*中的较小者）．则*k*的最大值是（　　）

A．10 B．11 C．12 D．13

【分析】根据题意，首先分析出*M*的所有含2个元素的子集数目，进而对其特殊的子集分析排除，注意对*min*≠*min*（*min*{*x*，*y*}表示两个数*x*、*y*中的较小者）的把握，即可得答案．

【解答】解：根据题意，对于*M*，含2个元素的子集有15个，

但{1，2}、{2，4}、{3，6}只能取一个；

{1，3}、{2，6}只能取一个；

{2，3}、{4，6}只能取一个，

故满足条件的两个元素的集合有11个；

故选：*B*．

【点评】本题考查学生对集合及其子集、元素的把握、运用，注意对题意的分析．

**二．多选题（共4小题）**

4．设*A*＝{*x*|*x*2﹣8*x*+15＝0}，*B*＝{*x*|*ax*﹣1＝0}，若*A*∩*B*＝*B*，则实数*a*的值可以为（　　）

A． B．0 C．3 D．

【分析】推导出*B*⊆*A*，从而*B*＝∅或*B*＝{3}或*B*＝{5}，进而不存在，或＝3，或＝5．由此能求出实数*a*的值．

【解答】解：∵*A*＝{*x*|*x*2﹣8*x*+15＝0}＝{3，5}，*B*＝{*x*|*ax*﹣1＝0}＝{}，*A*∩*B*＝*B*，

∴*B*⊆*A*，

∴*B*＝∅或*B*＝{3}或*B*＝{5}，

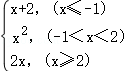
∴不存在，或＝3，或＝5．

解得*a*＝0或*a*＝，或*a*＝．

∴实数*a*的值可以为0，，．

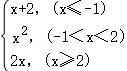
故选：*ABD*．

【点评】本题考查实数值的求法，考查交集定义等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

5．已知*f*（*x*）＝，若*f*（*x*）＝1，则*x*的值是（　　）

A．﹣1 B． C．﹣ D．1

【分析】根据题意，由函数的解析式按*x*的范围分3种情况讨论，求出*x*的值，综合即可得答案．

【解答】解：根据题意，*f*（*x*）＝，

若*f*（*x*）＝1，分3种情况讨论：

①，当*x*≤﹣1时，*f*（*x*）＝*x*+2＝1，解可得*x*＝﹣1；

②，当﹣1＜*x*＜2时，*f*（*x*）＝*x*2＝1，解可得*x*＝±1，

又由﹣1＜*x*＜2，则*x*＝1；

③，当*x*≥2时，*f*（*x*）＝2*x*＝1，解可得*x*＝，舍去

综合可得：*x*＝1或﹣1；

故选：*AD*．

【点评】本题考查分段函数解析式的应用，涉及函数值的计算，属于基础题．

6．若非零实数*a*，*b*满足*a*＜*b*，则下列不等式不一定成立的是（　　）

A．＜1 B．+≥2

C． D．*a*2+*a*＜*b*2+*b*

【分析】当*a*＜*b*＜0时，＜1不成立可判断*A*；当时，不成立可判断*B*；利用作差可判断*C*，*D*．

【解答】解：当*a*＜*b*＜0时，＜1不成立，

当时，不成立，

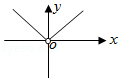
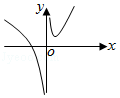
因为＝＜0，则一定成立，

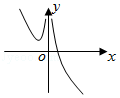
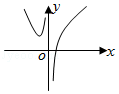
因为*a*2﹣*b*2+*a*﹣*b*＝（*a*﹣*b*）（*a*+*b*+1）符号不定，故*a*2*a*＜*b*2+*b*不一定成立．

故选：*ABD*．

【点评】本题主要考查了不等式的性质的灵活应用，解题的关键是基本知识的熟练掌握．

7．函数*f*（*x*）＝|*x*|﹣（*a*∈**R**）的大致图象可能是（　　）

A． B．

C． D．

【分析】讨论*a*的取值，结合绝对值函数，对勾函数，以及反比例函数的图象和性质进行判断排除即可．

【解答】解：函数的定义域为{*x*|*x*≠0}，

当*a*＝0时，*f*（*x*）＝|*x*|，（*x*≠0），此时对应图象为*A*，

当*x*→+∞，*f*（*x*）→+∞，排除*C*，

当*a*＞0时，*f*（*x*）＝|*x*|﹣＝，

即当*x*＞0时，函数*f*（*x*）为增函数，当*x*＜0时，为对勾函数，则此时对应*D*图象，

当*a*＜0，当*x*＞0时，函数*f*（*x*）＝*x*﹣为对勾函数，当*x*＜0时，*f*（*x*）＝﹣*x*﹣为减函数，则此时对*B*图象，

故选：*ABD*．

【点评】本题主要考查函数图象的识别和判断，结合*a*的取值范围进行讨论判断是解决本题的关键，难度不大．

**三．填空题（共2小题）**

8．已知*a*，*b*，*a*+*m*均为大于0的实数，给出下列五个论断：

①*a*＞*b*，②*a*＜*b*，③*m*＞0，④*m*＜0，⑤．

以其中的两个论断为条件，余下的论断中选择一个为结论，请你写出一个正确的命题　①③推出⑤（答案不唯一还可以①⑤推出③等）　．

【分析】利用不等式的基本性质可得由①③⇒⑤．（答案不唯一）．

【解答】解：因为：若*a*，*b*满足*a*＞*b*，*b*＞0，则*a*＞*b*，*m*＞0，⇒﹣＝＝＞0；

即由①③⇒⑤．（答案不唯一）．

故答案为：①③推出⑤（答案不唯一还可以①⑤推出③等）

【点评】本题考查了不等式的基本性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

9．已知函数*f*（*x*）＝，当*a*＝1时，不等式*f*（*x*）＞*x*的解集是　（﹣∞，﹣）　；若关于*x*的方程*f*（*x*）＝0恰有三个实根，则实数*a*的取值范围为　*a*＞或0＜*a*≤2　．

【分析】结合绝对值函数以及一元二次函数的图象和性质，利用数形结合进行求解即可．

【解答】解：当*a*＝1时，*f*（*x*）＝＝，

当*x*≤1时，由*f*（*x*）＞*x*得2|*x*|﹣1＞*x*，

当0≤*x*≤1，不等式等价为2*x*﹣1＞*x*，即*x*＞1此时不等式不成立，

当*x*＜0时，不等式等价为﹣2*x*﹣1＞*x*，得*x*＜﹣，

当*x*＞1时，由由*f*（*x*）＞*x*得﹣（*x*﹣1）2+1＞*x*，得*x*2﹣*x*＜0，得0＜*x*＜1，此时无解，

综上不等式*f*（*x*）＞*x*的解集（﹣∞，﹣），

当*x*≤1时，*f*（*x*）＝2|*x*|﹣*a*的最小值为*f*（0）＝﹣*a*，在（0，1]上的最大值为*f*（1）＝2﹣*a*，

当*x*＞1时，函数*f*（*x*）是开口向下的抛物线对称轴为*x*＝*a*，顶点为（*a*，*a*），

当*x*≤1时，*f*（*x*）＝2|*x*|﹣*a*最多有两个零点，

当*x*＞1时，*f*（*x*）＝﹣（*x*﹣*a*）2+*a*最多有两个零点，

则要使*f*（*x*）＝0恰有三个实根，

则当*x*≤1时，有两个零点，*x*＞1时有一个零点，

或当*x*≤1时，有一个零点，*x*＞1时有两个零点，

①若当*x*≤1时，有两个零点，则，得，即0＜*a*≤2，

此时当*x*＞1时只能有一个零点，

若对称轴*a*满足1＜*a*≤2，此时当*x*≥*a*时，必有一个零点，

则只需要当1＜*x*≤*a*时，*f*（1）＝﹣（1﹣*a*）2+*a*＝﹣*a*2+3*a*﹣1≥0，即*a*2﹣3*a*+1≤0，

得≤*a*≤，此时1＜*a*≤2，

若对称轴*a*满足0＜*a*≤1，此时*f*（*x*）在（1，+∞）上为增函数，

要使*f*（*x*）此时只有一个零点，则*f*（1）＝﹣（1﹣*a*）2+*a*＝﹣*a*2+3*a*﹣1≥0

即*a*2﹣3*a*+1≤0，得≤*a*≤，此时＜*a*≤1，

②若当*x*≤1时，有一个零点，此时*f*（1）＝2﹣*a*＜0，

即*a*＞2时，

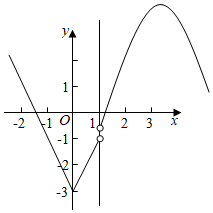
此时当*x*＞1时，函数的对称轴*a*＞2，

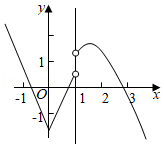
要使*x*＞1时有两个零点，则*f*（1）＝﹣（1﹣*a*）2+*a*＝﹣*a*2+3*a*﹣1＜0

即*a*2﹣3*a*+1＞0，得*a*＜舍或*a*＞，此时*a*＞，

综上实数*a*的取值范围是*a*＞或＜*a*≤2，

故答案为：（﹣∞，﹣），*a*＞或＜*a*≤2．





【点评】本题主要考查函数与方程的应用，以及函数零点个数的应用，结合绝对值函数和一元二次函数的图象和性质，利用数形结合以及分类讨论的思想是解决本题的关键．综合性较强，有一定的难度．

**四．解答题（共5小题）**

10．已知全集*U*＝*R*，集合*A*＝{*x*|*x*2﹣4*x*﹣5≤0}，*B*＝{*x*|2≤*x*≤4}．

（1）求*A*∩（∁U*B*）；

（2）若集合*C*＝{*x*|*a*≤*x*≤4*a*，*a*＞0}，满足*C*∪*A*＝*A*，*C*∩*B*＝*B*，求实数*a*的取值范围．

【分析】（1）求出*A*＝{*x*|﹣1≤*x*≤5}，∁U*B*＝{*x*|*x*＜2或*x*＞4}，由此能求出*A*∩（∁U*B*）．

（2）由*C*∪*A*＝*A*得*C*⊆*A*，由*C*∩*B*＝*B*得*B*⊆*C*，由此能求出实数*a*的取值范围．

【解答】解：（1）由题*A*＝{*x*|﹣1≤*x*≤5}，∁U*B*＝{*x*|*x*＜2或*x*＞4}，

∴*A*∩（∁U*B*）＝{*x*|﹣1≤*x*＜2或4＜*x*≤5}．

（2）由*C*∪*A*＝*A*得*C*⊆*A*，解得，

由*C*∩*B*＝*B*得*B*⊆*C*，解得1≤*a*≤2．

从而实数*a*的取值范围为．

【点评】本题考查交集、补集、实数的取值范围的求法，考查交集、补集、并集等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

11．已知不等式*ax*2+5*x*﹣2＞0的解集是*M*．

（1）若2∈*M*，求*a*的取值范围；

（2）若*M*＝{*x*|＜*x*＜2}，求不等式*ax*2﹣5*x*+*a*2﹣1＞0的解集．

【分析】（1）中直接将*x*＝2代入不等式解出即可，（2）由题意得，2时方程*ax*2+5*x*﹣2＝0的根，由韦达定理得方程组求出*a*，代入不等式求出即可．

【解答】解：（1）∵2∈*M*，∴*a*•22+5•2﹣2＞0，∴*a*＞﹣2

（2）∵，

∴是方程*ax*2+5*x*﹣2＝0的两个根，

∴由韦达定理得解得*a*＝﹣2，

∴不等式*ax*2﹣5*x*+*a*2﹣1＞0即为：﹣2*x*2﹣5*x*+3＞0

其解集为．

【点评】本题考察了二次函数性质，解不等式问题，韦达定理，是一道基础题．

12．已知函数*f*（*x*）＝﹣*x*2+*mx*﹣*m*．

（1）若函数*f*（*x*）的最大值为0，求实数*m*的值；

（2）若函数*f*（*x*）在[﹣1，0]上单调递减，求实数*m*的取值范围；

（3）是否存在实数*m*，使得*f*（*x*）在[2，3]上的值域恰好是[2，3]？若存在，求出实数*m*的值；若不存在，说明理由．

【分析】（1）由*f*（*x*）的最大值为0，即二次函数*f*（*x*）有且只有一个值0，可得△＝0，从而求出*m*的取值．

（2）由*f*（*x*）图象的性质得[﹣1，0]在对称轴*x*＝右侧时*f*（*x*）单调递减，从而得出*m*的取值范围．

（3）讨论*f*（*x*）的对称轴*x*＝在[2，3]的左侧、右侧以及在[2，3]上时三种情况，从而求出满足条件的*m*的值．

【解答】解：（1）∵函数*f*（*x*）＝﹣*x*2+*mx*﹣*m*，最大值为0，

且二次函数*f*（*x*）的图象是开口向下的抛物线，

∴*f*（*x*）有且只有一个值0，

即△＝*m*2﹣4*m*＝0，

∴*m*的值为0或4．

（2）函数*f*（*x*）＝﹣*x*2+*mx*﹣*m*图象是开口向下的抛物线，对称轴是*x*＝；

要使*f*（*x*）在[﹣1，0]上是单调递减的，应满足≤﹣1，∴*m*≤﹣2；

∴*m*的取值范围是{*m*|*m*≤﹣2}．

（3）对*f*（*x*）的对称轴*x*＝在[2，3]的左侧、右侧以及在[2，3]上时的三种情况进行讨论：

①当≤2，即*m*≤4时，*f*（*x*）在[2，3]上是减函数，

若存在实数*m*，使*f*（*x*）在[2，3]上的值域是[2，3]，

则有，即，

解得*m*不存在；

②当≥3，即*m*≥6时，*f*（*x*）在[2，3]上是增函数，

则有，即，

解得*m*＝6；

③当2＜＜3，即4＜*m*＜6时，*f*（*x*）在[2，3]上先增后减，

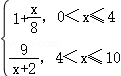
所以*f*（*x*）在*x*＝处取最大值；

∴*f*（）＝＝3，

解得*m*＝﹣2或6（均不满足条件，舍去）；

综上，存在实数*m*＝6，使*f*（*x*）在[2，3]上的值域恰好是[2，3]．

【点评】本题考查了二次函数在闭区间上的单调性与值域问题，讨论对称轴与区间的位置是解决本题的关键．

13．某地空气中出现污染，须喷洒一定量的去污剂进行处理．据测算，每喷洒1个单位的去污剂，空气中释放的浓度*y*（单位：毫克/立方米）随着时间*x*（单位：天）变化的函数关系式近似为*y*＝，若多次喷洒，则某一时刻空气中的去污剂浓度为每次投放的去污剂在相应时刻所释放的浓度之和．由实验知，当空气中去污剂的浓度不低于4（毫克/立方米）时，它才能起到去污作用．

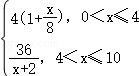
（Ⅰ）若一次喷洒4个单位的去污剂，则去污时间可达几天？

（Ⅱ）若第一次喷洒2个单位的去污剂，6天后再喷洒*a*（1≤*a*≤4）个单位的去污剂，要使接下来的4天中能够持续有效去污，试求*a*的最小值．

【分析】（Ⅰ）讨论0＜*x*≤4时，4＜*x*≤10时，空气中释放的浓度*f*（*x*），结合条件，解不等式可得*x*的最大值；

（Ⅱ）设从第一次喷洒起，经*x*（6＜*x*≤10）天，求得浓度*g*（*x*）的解析式，运用基本不等式可得所求最小值．

【解答】解：（Ⅰ）因为一次喷洒4个单位的去污剂，

所以空气中释放的浓度为*f*（*x*）＝，

当0＜*x*≤4时，4（1+）≥4，解得*x*≥0，即0＜*x*≤4，

当4＜*x*≤10时，≥4，解得*x*≤7，即4＜*x*≤7，综上得0＜*x*≤7．

即一次投放4个单位的去污剂，有效去污时间可达7天；

（Ⅱ）设从第一次喷洒起，经*x*（6＜*x*≤10）天，

浓度*g*（*x*）＝2﹣+*a*（1+）＝+≥2＝2＝3≥4，

即*a*≥，*a*∈[1，4]，可得≤*a*≤4；

当*a*＝时，＝，即*x*+2＝9，可得*x*＝7足题意，

所以*a*的最小值为．

【点评】本题考查分段函数在实际问题中的运用，考查函数的最值的求法，注意运用基本不等式，考查运算能力，属于中档题．

14．已知函数*f*（*x*）＝*x*2﹣*ax*，*a*∈**R**．

（Ⅰ）记*f*（*x*）在*x*∈[1，2]上的最大值为*M*，最小值为*m*．

（*i*）若*M*＝*f*（2），求*a*的取值范围；

（*ii*）证明：*M*﹣*m*≥；

（Ⅱ）若﹣2≤*f*（*f*（*x*））≤2在[1，2]上恒成立，求*a*的最大值．

【分析】（Ⅰ）（*i*）讨论对称轴与区间[1，2]的关系，可得最大值，即可得到*a*的范围；

（*ii*）讨论对称轴与区间的关系，求得最值，作差，求得最小值，即可得证；

（Ⅱ）代入*x*＝1，2的值得到关于*a*的不等式组，解出即可．

【解答】解：（Ⅰ）（*i*）函数*f*（*x*）＝*x*2﹣*ax*，其对称轴为*x*＝，且开口向上，

∵*f*（1）＝1﹣*a*，*f*（2）＝4﹣2*a*，

∴*M*＝{*f*（1），*f*（2）}*max*，

当1﹣*a*≥4﹣2*a*时，即*a*≥3时，*M*＝*f*（1）＝1﹣*a*，

当1﹣*a*＜4﹣2*a*时，即*a*＜3时，*M*＝*f*（2）＝4﹣2*a*，

∵*M*＝*f*（2），

∴*a*的取值范围为（﹣∞，3]；

（*ii*）证明：①当≥2时，即*a*≥4时，*f*（*x*）在[1，2]上单调递减，

∴*M*＝*f*（1）＝1﹣*a*，*m*＝*f*（2）＝4﹣2*a*，

∴*M*﹣*m*＝1﹣*a*﹣4+2*a*＝*a*﹣3≥1＞，

②当≤1时，即*a*≤2时，*f*（*x*）在[1，2]上单调递增，

∴*M*＝*f*（2）＝4﹣2*a*，*m*＝*f*（2）＝1﹣*a*，

∴*M*﹣*m*＝4﹣2*a*﹣1+*a*＝3﹣*a*≥1＞，

③当2＜*a*＜3时，*M*＝*f*（2）＝4﹣2*a*，*m*＝*f*（）＝﹣*a*2，

∴*M*﹣*m*＝4﹣2*a*+*a*2＝（*a*﹣4）2，*y*＝4﹣2*a*+*a*2在[2，3]上为减函数，

∴*ymin*＝，

∴*M*﹣*m*≥；

④当3≤*a*＜4时，*M*＝*f*（1）＝1﹣*a*，*m*＝*f*（）＝﹣*a*2，

∴*M*﹣*m*＝1﹣*a*+*a*2＝（*a*﹣2）2，*y*＝1﹣*a*+*a*2在[3，4]上为增函数，

∴*ymin*＝，

综上所述*M*﹣*m*≥；

（Ⅱ）∵|*f*（*f*（*x*））|≤2在[1，2]上恒成立，

∴|*f*（*f*（1））|≤2，即|*f*（1﹣*a*）|≤2，

故|2*a*2﹣3*a*+1|≤2，

解得≤*a*≤，

同理，|*f*（*f*（2））|≤2，解得：1≤*a*≤，

故1≤*a*≤，

当*a*＝时，设*t*＝*f*（*x*），此时＜1，

∵*x*∈[1，2]，∴*t*＝*f*（*x*）在[1，2]递增，

故*t*∈[1﹣*a*，4﹣2*a*]，

此时﹣（4﹣2*a*）＝*a*﹣4＞0，即对称轴在区间[1﹣*a*，4﹣*a*]的右边，

故*y*＝*f*（*t*）在[1﹣*a*，4﹣2*a*]递减，

故|*f*（*t*）|≤2在[1﹣*a*，4﹣2*a*]上恒成立，

只需，

故*amax*＝．

【点评】本题考查了二次函数的性质，考查解绝对值不等式问题，注意运用分类讨论思想方法和数形结合思想，是一道综合题．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布

日期：2020/10/15 10:00:03；用户：这个夏天又回来了；邮箱：UID\_BA3DE7ACCD0BA11953AAB4C7E9295430@qq.jyeoo.com；学号：27748581